

פתרון מוצע לבחינת מה"ט בתורת החשמל
מועד א' תשע"ח, יולי 2018
פתר: מר אבי יומטוביאן, מכללת אורט סינגאלובסקי

שאלה מספר 1

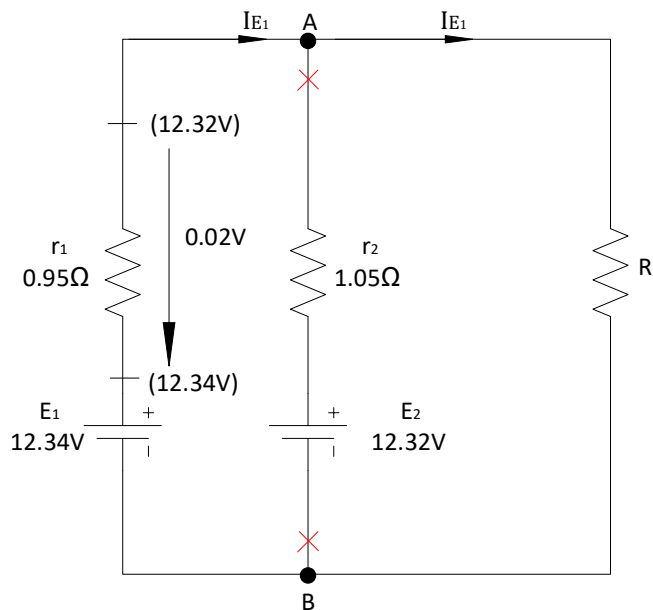
א.

כאשר $R_L = \infty$ (נתק, אויר), אזי ניתן לחשב את מתח ההדקים בקלות ע"י משפט מילמן:

$$U_{AB} = \frac{\sum I_{sc}}{\sum \frac{1}{R}} = \frac{\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}} = \frac{\frac{12.34}{0.95} + \frac{12.32}{1.05}}{\frac{1}{0.95} + \frac{1}{1.05}} = 12.33V$$

ב.

אם $I_{E_2} = OA$ אזי אין מפל מתח על r_2 , ועל כן המעגל יראה כך:



על r_1 יתפתח הפרש פוטנציאלים שנובע ממקורות המתח, ולכן:

$$I_{E_1} = I_{r_1} = \frac{E_1 - E_2}{r_1} = \frac{12.34 - 12.32}{0.95} = \frac{0.02}{0.95} = 21.052mA$$

הערה: הזרם I_{E_1} יזרום כולו ל- R_L , ועל כן ההנחה ש- $R_L = \infty$ בסעיף זה אינה נכונה.
אם נניח ש- $R_L = \infty$, אזי הזרם חייב לזרום ב- E_2 , וזה נגד ההנחה ש- $I_{E_2} = OA$.

ג.

בכדי ששני המקורות ישמשו כספקים, יש לדרוש ש- U_{R_L} יהיה קטן מהכא"מ הכי קטן מביניהם, כלומר:

$$U_{R_L} < 12.32V$$

$$\frac{\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{R_L}} < 12.32$$

$$\frac{24.722}{\frac{800}{399} + \frac{1}{R_L}} < 12.32$$

הדיוק כאן מאוד חשוב!

$$\frac{24.722}{12.32} < \frac{800}{399} + \frac{1}{R_L}$$

$$\frac{17615}{8776} < \frac{800}{399} + \frac{1}{R_L}$$

$$1.7088 \cdot 10^{-3} < \frac{1}{R_L}$$

$$R_L < \frac{1}{1.7088 \cdot 10^{-3}}$$

$$R_L < 585.2\Omega$$

$$0\Omega \leq R_L \leq 585.2\Omega$$

.ד

בכדי לקבל העברת הספק מירבי ל- R_L יש לדרוש שהוא יהיה שווה ל- R_{TH} . נבדוק אם שוויון זה אכן מתקיים:

$$R_{TH} = r_1 || r_2 = 0.95 || 1.05 = 0.498\Omega$$

$$R_L = 2\Omega$$

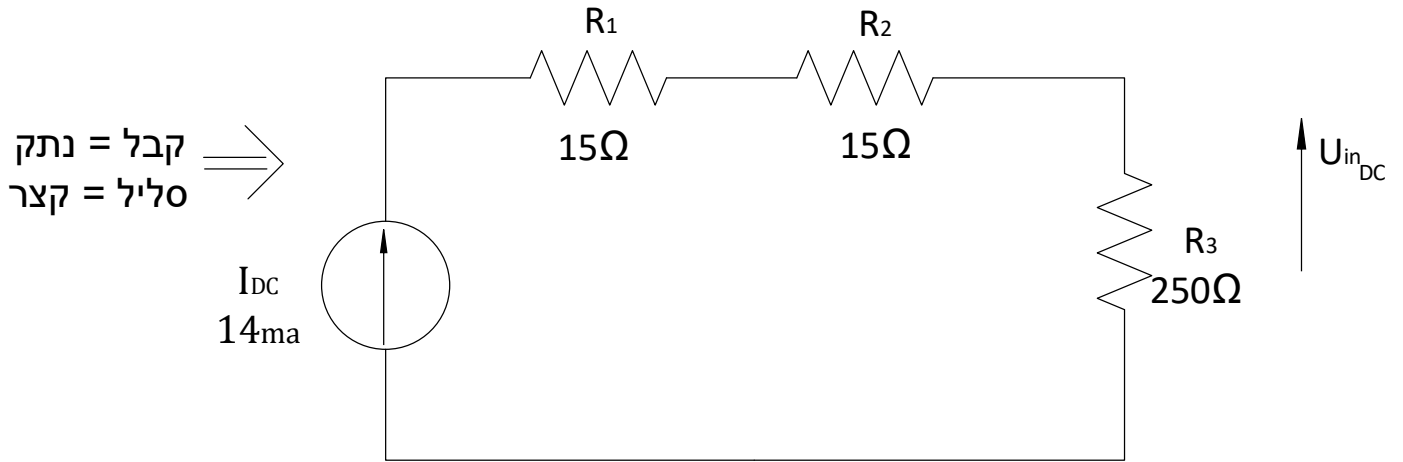
↓

$$R_{TH} \neq R_L$$

↓

R_L – אין העברת הספק מירבי ל-

שאלה מספר 2
א.



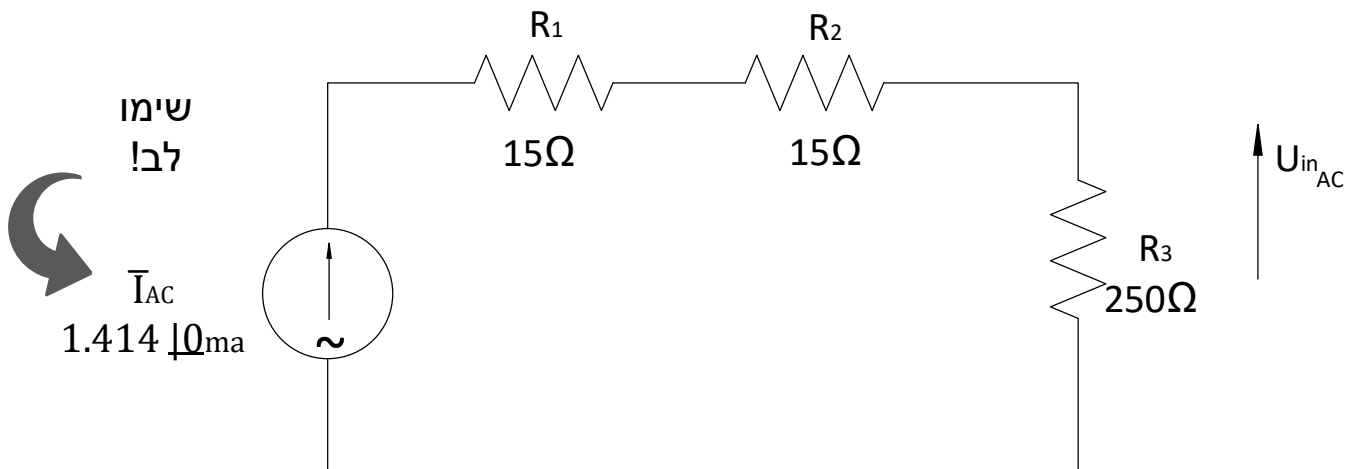
$$U_{in_{DC}} = I_{DC} \cdot R_3 = 14 \cdot 10^{-3} \cdot 250 = 3.5V$$

ב.

$$\bar{Z}_L = j\omega L = j20 \cdot 0.75 \cdot 10^{-3} = j0.015\Omega$$

$$\bar{Z}_C = -j \frac{1}{\omega L} = -j \frac{1}{20 \cdot 0.3 \cdot 10^{-6}} = -j166.666k\Omega$$

ניתן לראות ש- \bar{Z}_L קטן מאוד יחסית ל- R_1 ו- R_2 , ועל כן אפשר להתייחס אליהם כאל קצר, מאידך \bar{Z}_C גדול מאוד יחסית לשאר ההתנגדויות ועל כן ניתן להתייחס אליו כאל נתק, ואז המעגל יראה כך:



$$\bar{U}_{in_{AC}} = \bar{I}_{AC} \cdot R_3 = 1.414 \cdot 10^{-3} \angle 0^\circ \cdot 250 = 0.353 \angle 0^\circ V$$

הערה: מי שלא ישתמש בהנחות שעשינו, ויעשה חישוב מדויק, יקבל לאחר מאמץ קטן את התוצאה הבאה:

$$\bar{u}_{inAC} = 0.353\angle - 0.091^\circ V$$

זווית זניחה מאוד!
כלומר אותה תוצאה!



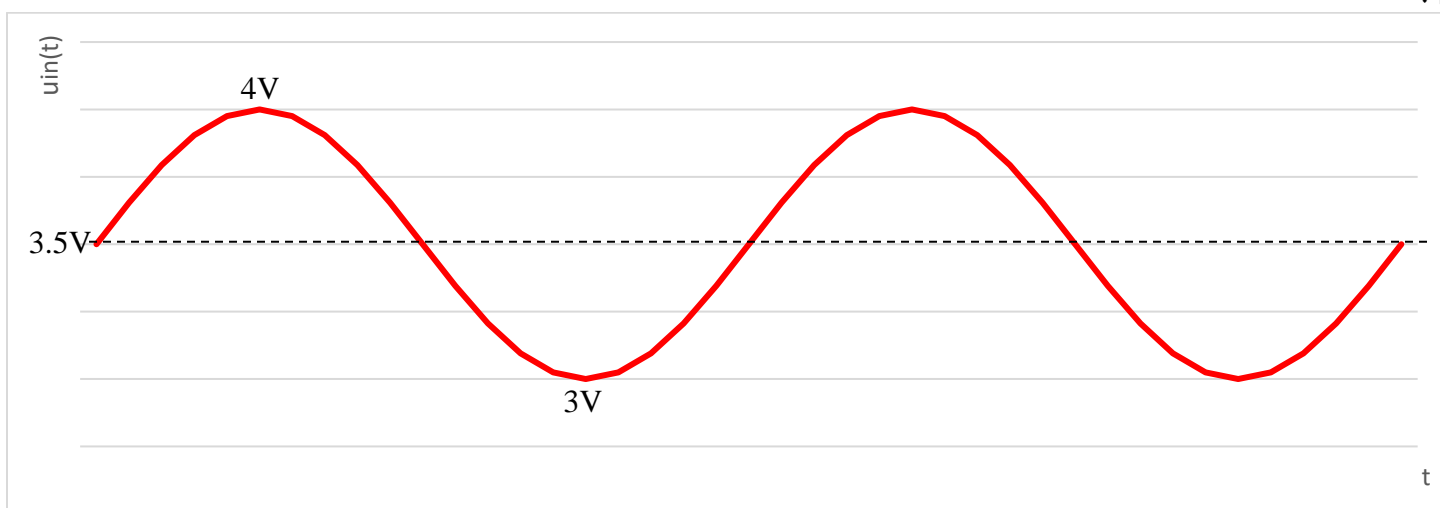
$$u_{inAC}(t) = 0.353\sqrt{2} \cdot \sin(20t) = 0.5 \cdot \sin(20t) [V]$$



$$u_{in}(t) = U_{inDC} + u_{inAC}(t) = 3.5 + 0.5 \cdot \sin(20t) [V]$$

ג.

ד.



$$3V \leq u_{in}(t) \leq 4V$$

$$A = 7.5 \cdot 10^{-3} m^2$$

$$\epsilon_r = 1$$

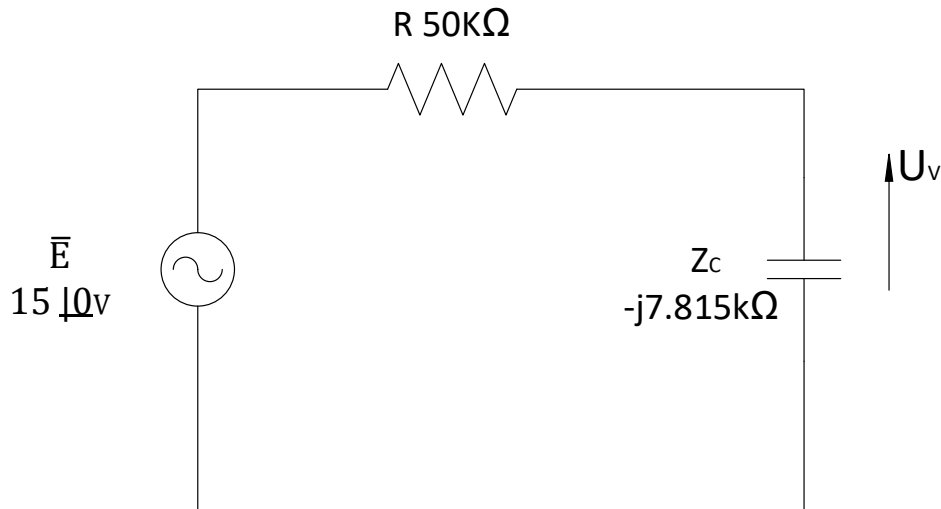
$$d = 1.5 \cdot 10^{-3} m$$

$$\Downarrow$$

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \cdot \frac{A}{d} = \epsilon_0 \cdot 1 \cdot \frac{7.5 \cdot 10^{-3}}{1.5 \cdot 10^{-3}} = 44.27 pF$$

$$\Downarrow$$

$$\bar{Z}_C = -j \frac{1}{\omega L} = -j \frac{1}{2\pi \cdot 460 \cdot 10^3 \cdot 44.27 \cdot 10^{-12}} = -j7.815 k\Omega$$



$$\bar{U}_V = \bar{E} \cdot \frac{\bar{Z}_C}{\bar{Z}_C + R} = 15 \angle 0^\circ \cdot \frac{-j7.815}{50 - j7.815} = 2.316 \angle (-81.1^\circ) V$$

$$\Downarrow$$

$$U_V = 2.316 V$$

ב.

בכדי לקבל זרם מקסימלי ממקור המתח, יש לדרוש עכבה כללית מינימלית, כלומר \bar{Z}_C קטן ככל האפשר:

$$Z_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$Z_C = \frac{1}{\frac{\omega \cdot \epsilon_0 \epsilon_r A}{d}}$$

המרחק בין הלוחות ביחס ישיר ל- Z_C $\rightarrow Z_C = \frac{d}{\omega \cdot \epsilon_0 \epsilon_r A}$ דורשים שיהיה קטן

↑
מספר קבוע

על כן אם דורשים Z_C מינימלי, כלומר 0Ω , יש לדרוש d מינימלי, כלומר:

$$d = 0mm$$

הסבר נוסף: כאשר $d=0$, הקבל מתפקד כקצר, ועל כן נקבל עכבה כללית מינימלית \Leftarrow זרם המקור יהיה מקסימלי.

$$\bar{I} = \frac{\bar{E}}{R} = \frac{15\angle 0^\circ}{50 \cdot 10^3} = 0.3\angle 0^\circ mA$$

↓

כתוצאה מזרם זה ייווצר זרם שיא במרום המשרעת של:

$$0.3\sqrt{2} = 0.424mA$$

ג.

$$A = 7.5 \cdot 10^{-3} m^2$$

$$\epsilon_r = 3.5$$

$$d = 10 \cdot 10^{-3} m$$

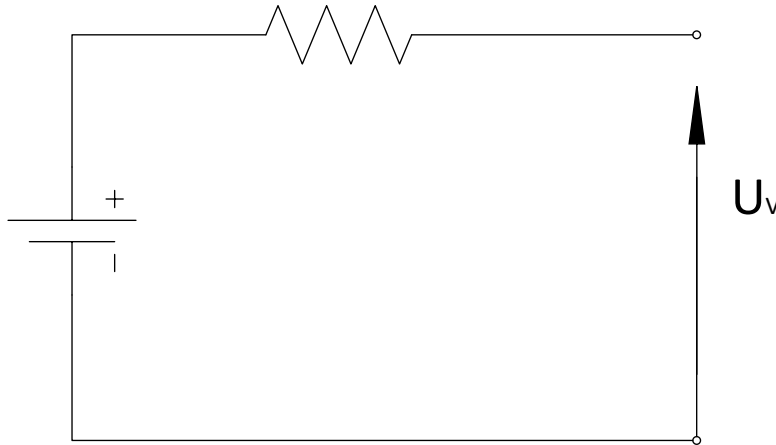
$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \cdot \frac{A}{d} = 3.5 \epsilon_0 \cdot \frac{7.5 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-3}} = 23.242 pF$$

$$\bar{Z}_C = -j \frac{1}{\omega L} = -j \frac{1}{2\pi \cdot 460 \cdot 10^3 \cdot 23.242 \cdot 10^{-12}} = -j14.886 k\Omega$$

$$\bar{U}_V = \bar{E} \cdot \frac{\bar{Z}_C}{\bar{Z}_C + R} = 15\angle 0^\circ \cdot \frac{-j14.886}{50 - j14.886} = 4.28\angle(-73.4^\circ) V$$

$$U_V = 4.28V$$

ד. כאשר מדובר במקור מתח ישר, אזי במצב המתמיד הקבל יתפקד כנתק, והמעגל יראה כך:



הוריית מד המתח תהיה שווה למתח המקור.
אך יש מקרה יוצא דופן:

$$d=0$$

$$\Downarrow$$

הקבל מתפקד כקצר

$$\Downarrow$$

$$U_V = 0$$

שאלה מספר 4
א.

מדובר במעגל תהודה מקבילי מעשי, כאשר $r_c = 0\Omega$, ועל כן ניתן להשתמש בנוסחה הבאה:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r_L^2}{L^2}}$$

$$40 \cdot 10^3 = \sqrt{\frac{1}{5.6 \cdot 10^{-3} \cdot 66 \cdot 10^{-9}} - \frac{R_{(\theta)}^2}{(5.6 \cdot 10^{-3})^2}}$$

$$R_{\theta} = 186.2\Omega$$

↓

ב.

$$R_{(25^\circ\text{C})} = 68\Omega \quad \alpha = 0.02 \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

$$R_{(\theta)} = R_{(25^\circ\text{C})} [1 + \alpha(\theta - 25)]$$

$$\theta \approx 112^\circ\text{C}$$

ג.

$$\bar{E} = \frac{38}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ = 26.87 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{Z}_L = j\omega_0 L = j40 \cdot 10^3 \cdot 5.6 \cdot 10^{-3} = j224\Omega$$

$$\bar{Z}_C = -j \frac{1}{\omega L} = -j \frac{1}{40 \cdot 10^3 \cdot 66 \cdot 10^{-9}} = -j378.787\Omega$$

↓

$$\bar{Z}_T = [R_{\theta} + \bar{Z}_L || \bar{Z}_C] + R_S = \left[\frac{1}{186.2 + j224} + \frac{1}{-j378.787} \right]^{-1} + 1 = 455.673 = 456.673\Omega$$

↓

$$\bar{I}_{R_S} = \bar{I}_T = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_T} = \frac{26.87}{456.673} = 58.838 \angle 0^\circ \text{ mA}$$

↓

$$P_{R_S} = I_{R_S}^2 \cdot R_S = (58.838 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 1 = 3.462 \text{ mW} \ll 5 \text{ W}$$

↓

הנגד R_S עומד במגבלת כושר פיזור החום שלו

שאלה מספר 5
 א.

$$B = \mu \cdot H$$

$$0.38 = \mu \cdot 1200$$

$$\mu = 316.666 \cdot 10^{-6} \frac{H}{m}$$

$$\text{קוטר ממוצע } d_{av} = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{15 + 30}{2} = 22.5 \text{ mm}$$

$$\Downarrow$$

ממבט העל של חתך הטבעת, ניתן לראות שיש לטבעת שטח חתך מלבני, שצלע אחת שלו נתונה (10mm), ועפ"י שיקולי סימטריה פשוטים ניתן לראות שהצלע השניה שווה ל-7.5mm, ולכן:

$$A = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 7.5 \cdot 10^{-3} = 75 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\Downarrow$$

$$R_m = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l}{A} = \frac{1}{316.666 \cdot 10^{-6}} \cdot \frac{70.685 \cdot 10^{-3}}{75 \cdot 10^{-6}} = 2.976 \cdot 10^6 \frac{1}{H}$$

ב.

$$B_{sat} = 0.38 \text{ T} \Rightarrow \phi_{sat} = B_{sat} \cdot A = 0.38 \cdot 75 \cdot 10^{-6} = 28.5 \mu \text{ Wb}$$

$$\Downarrow$$

$$F_{mm} = \phi_{sat} \cdot R_m = 28.5 \cdot 10^{-6} \cdot 2976 \cdot 10^6 = 84.22 \text{ A}$$

ג.

 הנתון $r_L = 0.08 \Omega$ מיותר

$$L = \frac{N^2}{R_m}$$

$$0.327 \cdot 10^{-3} = \frac{N^2}{2976 \cdot 10^6}$$

$$N = 31.196$$

$$N = 32$$

.ד

$$F_{mm} = N \cdot I$$

$$84.822 = 32 \cdot I$$

$$I = 2.65A$$

↓

$$W_L = \frac{L \cdot I^2}{2} = \frac{0.327 \cdot 10^{-3} \cdot 2.65^2}{2}$$

$$W_L = 1.148mJ$$

שאלה מספר 6

א.

משוואת האופיין היא:

$$U = E - I \cdot r$$

$$\Downarrow$$

$$r = \frac{E - U}{I}$$

ניתן לראות בקלות ש: $E=53.5V$, ונבחר מן האופיין ערכים של U ו I ונקבל:

$$r = \frac{53.5 - 53}{5} = \frac{0.5}{5} = \mathbf{0.1\Omega}$$

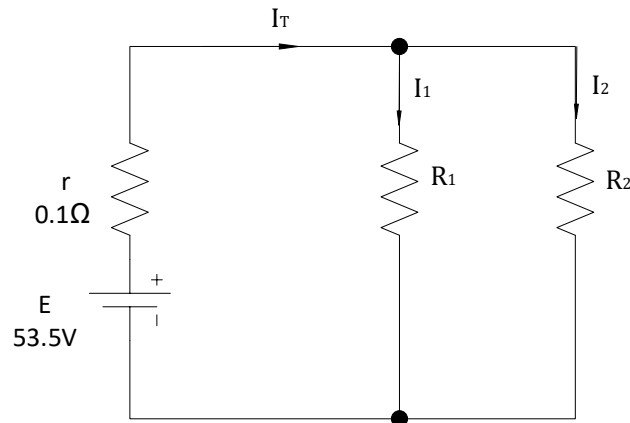
ב.

בזרם ישר ידוע ש: $U_{av} = U_{eff}$, ומבקשים מאיתנו "מתח בריקס", כלומר את הכא"מ:

$$E = U_{av} = U_{eff}$$

ג.

בכדי שכל מכשיר יעבוד כשורה יש לחבר את המכשירים **במקביל**:



$$I_1 = 2.7A$$

+

$$I_2 = 4.8A$$

$$\hline I_T = 7.5A$$

↓

$$P_E = I_T \cdot E = 7.5 \cdot 53.5 = 401.25W$$

$$P_r = I_T^2 \cdot r = 7.5^2 \cdot 0.1 = 5.625W$$

↓

$$P_{R_1, R_2} = P_E - P_r = 401.25 - 5.625 = 395.625W$$

↓

.ד

$$\eta\% = \frac{P_{R_1, R_2}}{P_E} \cdot 100\% = \frac{395.625}{401.25} \cdot 100\% = 98.6\%$$

שאלה מספר 7
.א

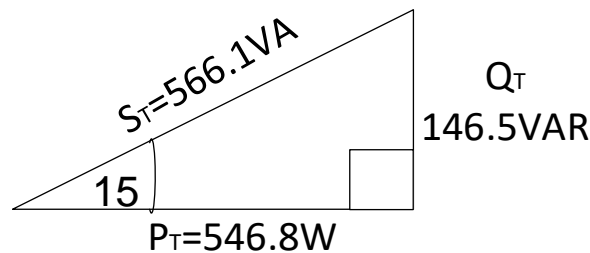
$$\bar{U}_L = 153 \angle 35^\circ V$$

$$\bar{I}_L = 3.7 \angle 20^\circ A$$

$$\bar{Z}_L = \frac{\bar{U}_L}{\bar{I}_L} = \frac{153 \angle 35^\circ}{3.7 \angle 20^\circ} = (40 + j10.7)\Omega = 41.351 \angle 15^\circ \Omega$$

$$\bar{S}_L = \bar{I}_L^* \cdot \bar{U}_L = 3.7 \angle (-20^\circ) \cdot 153 \angle 35^\circ = (546.8 + j146.5) = 566.1 \angle 15^\circ VA$$

$P_L [W] \quad Q_T [VAR]$



.ב

$$\bar{Z}_T = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_L = (4 - j8) + (40 + j10.7) = (44 + j2.7)\Omega = 44.082 \angle 3.51^\circ \Omega$$

$$\bar{E} = \bar{I}_T \cdot \bar{Z}_T = 3.7 \angle 20^\circ \cdot 44.082 \angle 3.51^\circ = 163.106 \angle 23.5^\circ V$$

↑

.ג. זו זווית מחוג מתח המקור (23.5°).

.ד

מקדם ההספק של מקור האנרגיה שווה למקדם ההספק של העכבה הכוללת.

$$P.F. = \cos \varphi = \cos(3.51^\circ) = 0.998 \text{ (השראי)}$$

.ה

$$\varphi_E = 23.5^\circ$$

$$\varphi_{u_L} = 35^\circ$$

$$\Downarrow$$

$$\Delta\varphi = \varphi_E - \varphi_{u_L} = 23.5 - 35 = -11.5^\circ$$

שאלה מספר 8

א.

הגשר אינו מאוזן, וניתן להוכיח זאת בשתי דרכים:

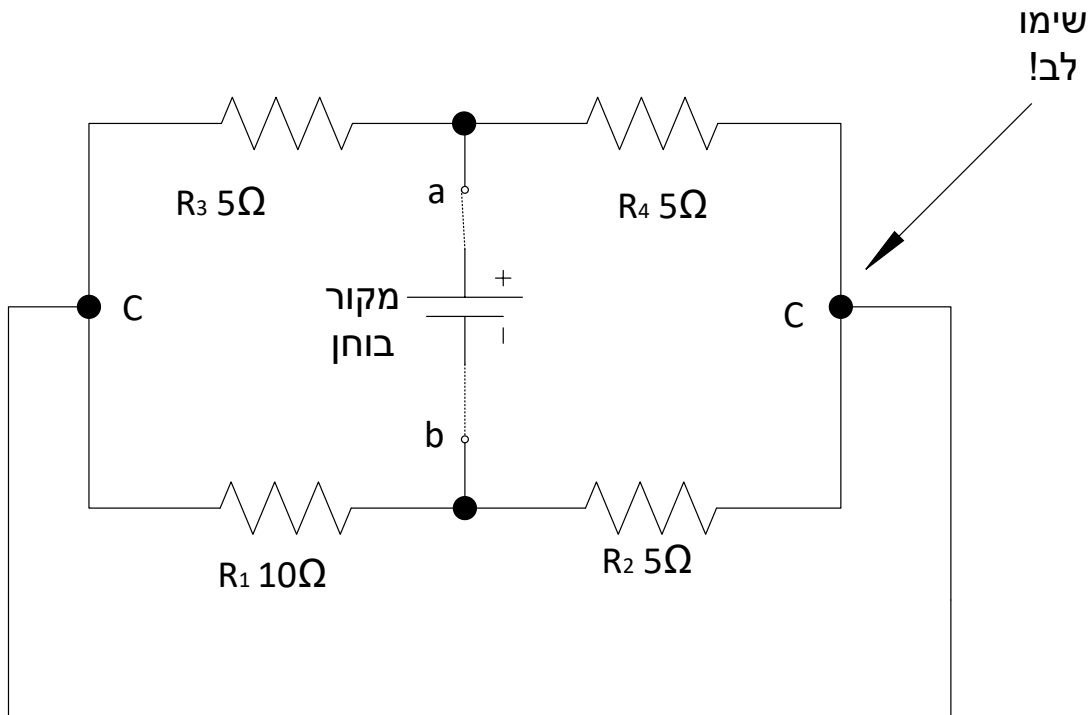
1. כאשר גשר מאוזן מתקיים: $R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$

ואילו כאן: $10 \cdot 5 \neq 5 \cdot 5$

2. בגשר מאוזן מתקיים: $U_v = I_A = 0$

ואילו כאן: $I_A = 3A$

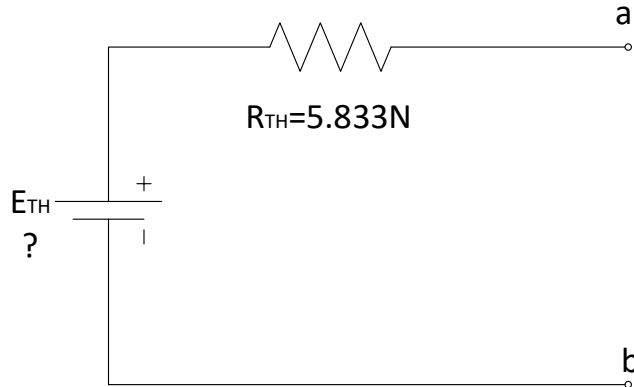
ב.



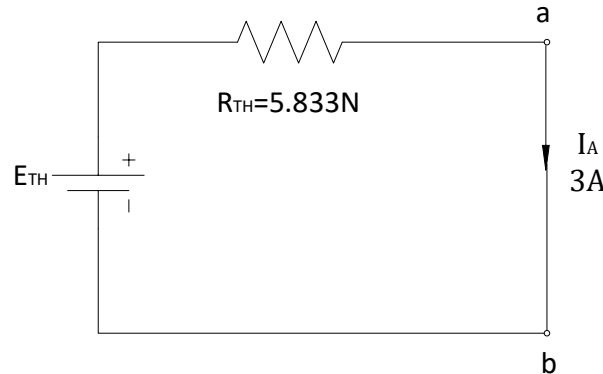
$$R_{TH} = (R_1 \parallel R_2) + (R_3 \parallel R_4) = (10 \parallel 5) + (5 \parallel 5) = 3.333 + 2.5 = 5.833\Omega$$

ג.

אם נפעיל את משפט תבנין יחסית לנקודות a ו b (מד הזרם), אזי המעגל יראה כך :



וכעת אם נחזיר את "העומס" (מד הזרם), אזי המעגל יראה כך :



⇓

$$E_{TH} = I_A \cdot R_{TH} = 3 \cdot 5.833 = 17.5V$$

ד.

אפשר למצוא את מתח המקור בכמה דרכים :

1. באמצעות שימוש בחוק קירכהוף לזרמים על צומת a , כאשר נבצע את I_{R_3} ו I_{R_4} באמצעות מחלקי זרם, נקבל את I_T .

חישוב פשוט ייתן לנו את R_T , ואז כמובן $E = I_T \cdot R_T$:

$$R_T = (R_1 \parallel R_2) + (R_3 \parallel R_4) = (10 \parallel 5) + (5 \parallel 5) = 3.333 + 2.5 = 5.833\Omega$$

$$[KCL@a] \quad I_{R_3} = I_A + I_{R_4}$$

$$I_T \cdot \frac{R_1}{R_3 + R_1} = 3 + I_T \cdot \frac{R_L}{R_2 + R_4}$$

$$\frac{10}{15} I_T = 3 + \frac{5}{10} I_T$$

$$I_T = 18A$$

$$\Downarrow$$

$$E = I_T \cdot R_T = \mathbf{105V}$$

2. באמצעות חישוב ביטוי ל E_{TH} כתלות ב- E (וזה בעצם מה שביקשו בסעיף), כאשר "העומס" מנותק:

$$E_{TH} = u_{R_4} - u_{R_2}$$

$$E_{TH} = E \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} - E \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$17.5 = \frac{5}{10} E - \frac{5}{15} E$$

$$E = \mathbf{105V}$$