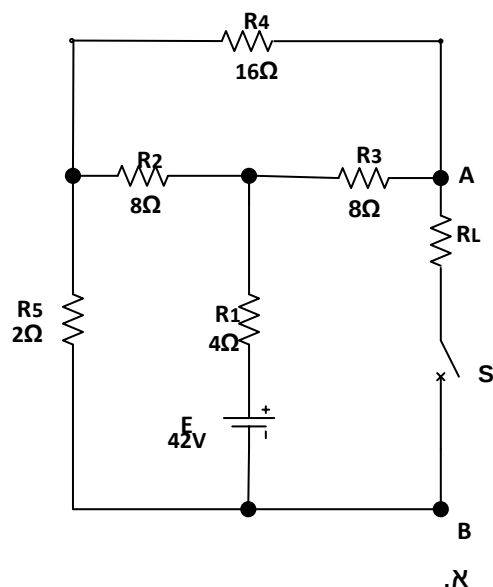


פתרון מוצע לבחינת מה"ט בתורת החשמל

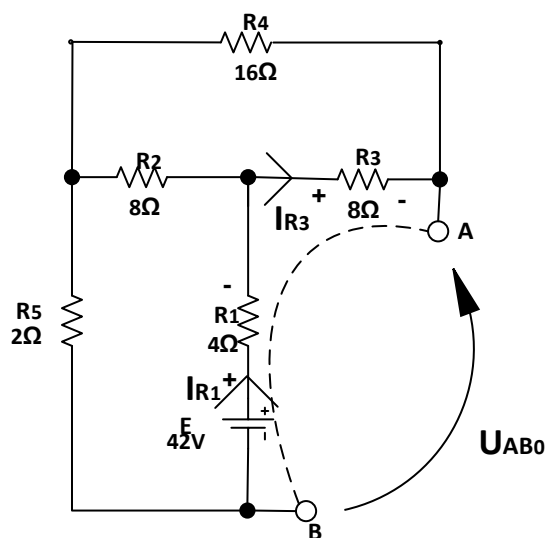
מועד א' תשע"ט, קיץ 2019

פתר: מר אלחסיד רמון, מכללת אורט סינגאלובסקי

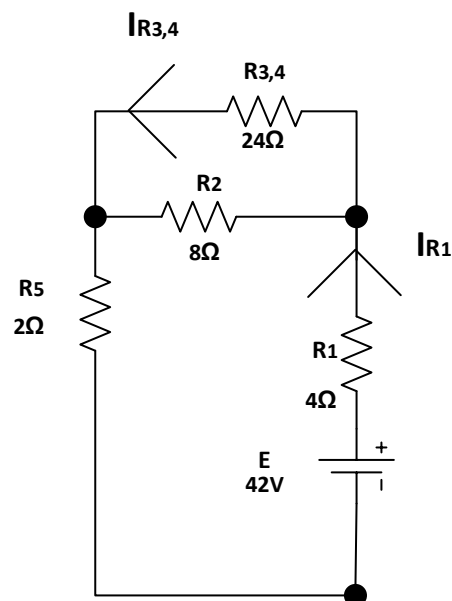
שאלה מספר 1



כאשר המפסק S פתוח, נגד העומס R_L מנותק.

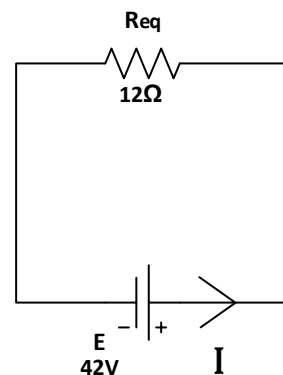


$$R_{3,4} = R_3 + R_4 = 8 + 16 = 24\Omega$$



$$R_{2,3,4} = R_2 || R_{3,4} = \frac{R_2 \cdot R_{3,4}}{R_2 + R_{3,4}} = \frac{8 \cdot 24}{8 + 24} = 6\Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + R_{2,3,4} + R_5 = 4 + 6 + 2 = 12\Omega$$



$$I = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{42}{12} = 3.5A$$

$$I_{R_1} = I = 3.5A$$

$$I_{R_{3,4}} = I_{R_1} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_{3,4}} = 3.5 \cdot \frac{8}{8 + 24} = \frac{7}{8}A$$

$$I_{R_3} = I_{R_4} = I_{R_{3,4}} = \frac{7}{8}A$$

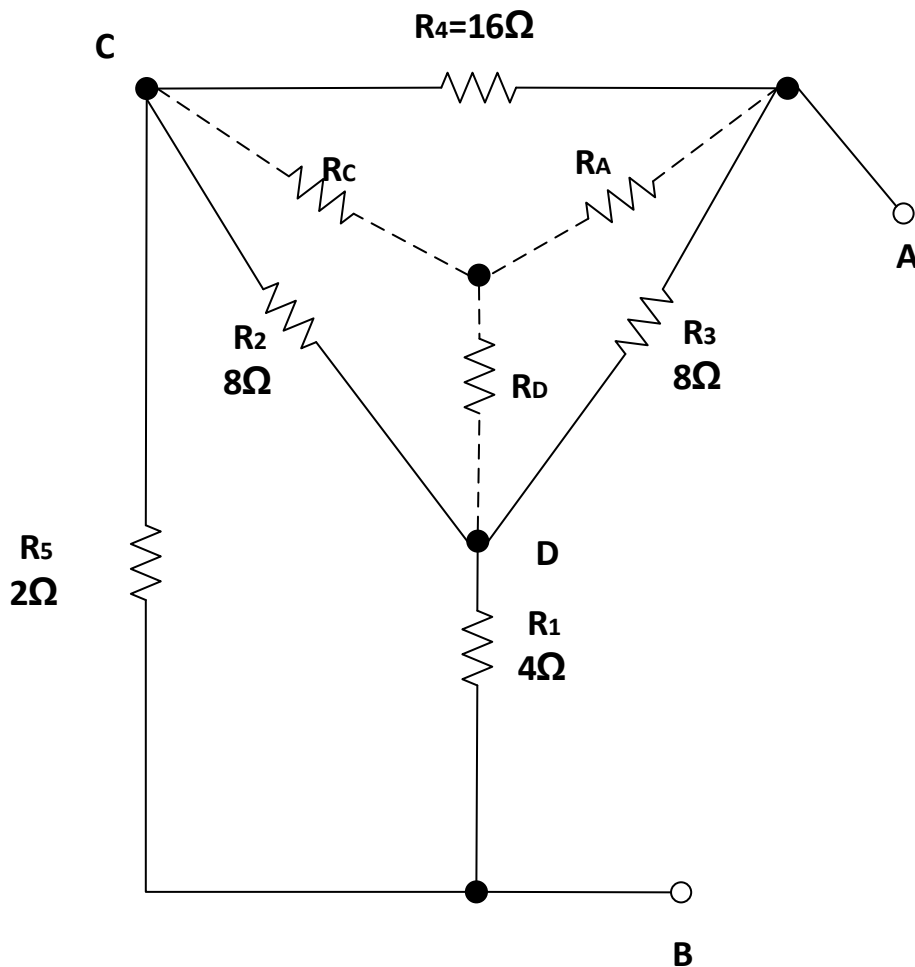
$$U_{AB_0} = -R_3 I_{R_3} - R_1 I_{R_1} + E = -8 \cdot \frac{7}{8} - 4 \cdot 3.5 + 42 = 21V$$

ב.

על מנת לדעת את ערכו של הנגד R_L כדי שיתפתח בו הספק מירבי ולחשב את ההספק המירבי, יש למצוא את מעגל התמורה תבנין, יחסית להדקי נגד העומס, כלומר, יחסית לנקודות A ו B.

$$U_{AB_0} = E_{TH} = 21V$$

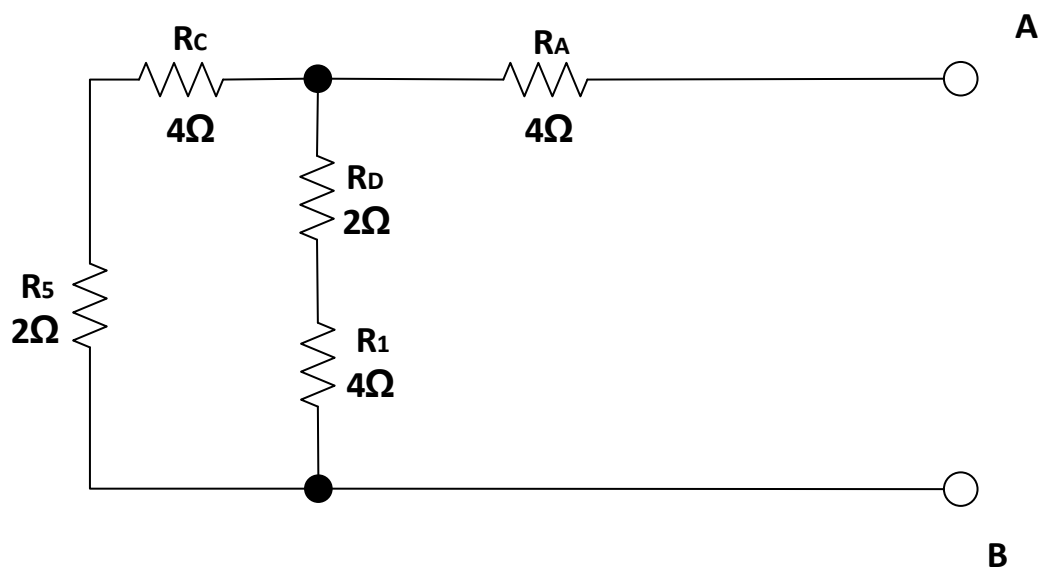
על מנת למצוא את R_{TH} יש לשטק את מקורות המתח.



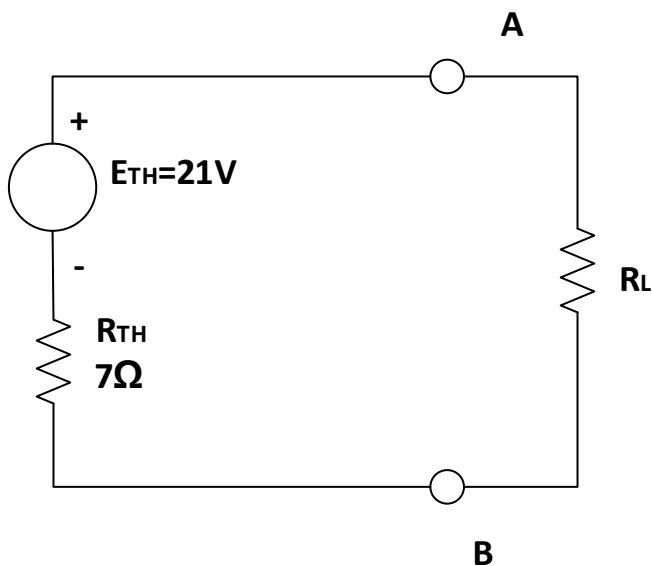
$$R_A = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4 + R_2} = \frac{8 \cdot 16}{8 + 16 + 8} = 4\Omega$$

$$R_C = \frac{R_4 \cdot R_2}{R_3 + R_4 + R_2} = \frac{16 \cdot 8}{8 + 16 + 8} = 4\Omega$$

$$R_D = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_3 + R_4 + R_2} = \frac{8 \cdot 8}{8 + 16 + 8} = 2\Omega$$



$$\begin{aligned}
 R_{1,D} &= R_1 + R_D = 4 + 2 = 6\Omega \\
 R_{5,C} &= R_5 + R_C = 2 + 4 = 6\Omega \\
 R_{1,D,5,C} &= R_{1,D} || R_{5,C} = \frac{6}{2} = 3\Omega \\
 R_{eqAB} &= R_A + R_{1,D,5,C} = 4 + 3 = 7\Omega \\
 R_{TH} &= R_{eqAB} = 7\Omega
 \end{aligned}$$



התנאי לקבלת הספק מירבי בנגד העומס R_L הוא:

$$R_L = R_{TH} = 7\Omega$$

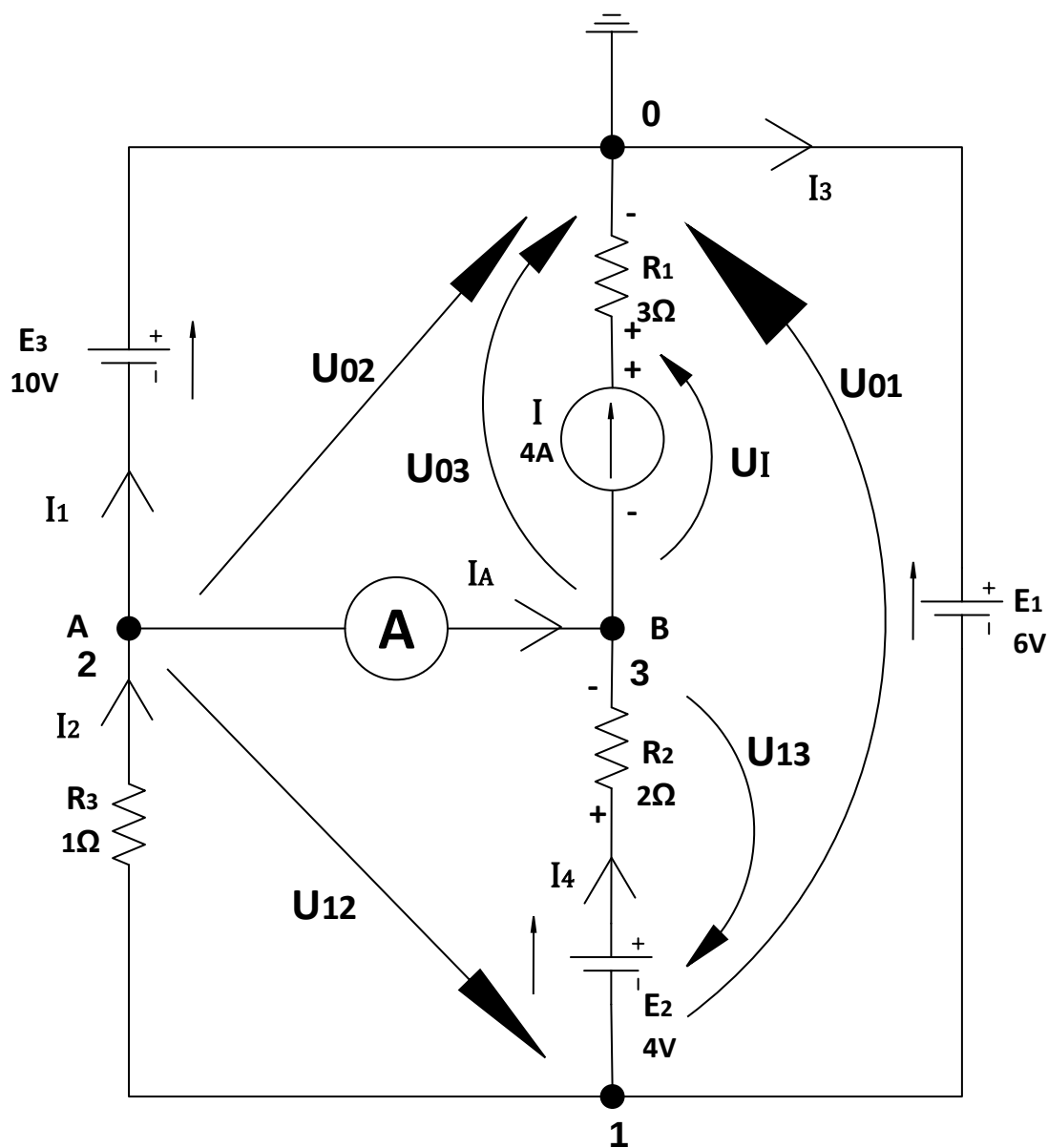
ג.

ההספק המירבי שמתפתח בנגד R_L הוא:

$$P_{R_{Lmax}} = \frac{E_{TH}^2}{4R_{TH}} = \frac{21^2}{4 \cdot 7} = 15.75W$$

שאלה מספר 2

קיימות שתי אפשרויות לפתרון השאלה
אפשרות 1
משתמשים בשיטת מתחי הצמתים
א.



מאחר שבמעגל קיימים 2 מקורות מתח אידיאליים ובלי נגדים שמחוברים בטור למקורות המתח, חייבים לבחור את הצומת המשותף לשני המקורות האלה כצומת ייחוס. ממספרים את יתר הצמתים.

$$U_{01} = E_1$$

$$V_0 - V_1 = E_1$$

אבל $V_0 = 0$ בשיטה זו.

$$-V_1 = E_1$$

$$V_1 = -E_1 = -6V$$

$$U_{02} = E_2$$

$$V_0 - V_2 = E_2$$

$$-V_2 = E_2$$

$$V_2 = -E_2 = -10V$$

מאחר שמד הזרם הוא אידיאלי (התנגדות אפס), גם הפוטנציאל של צומת 3 יהיה:

$$V_3 = V_2 = -10V$$

$$U_{13} = V_1 - V_3 = -6 - (-10) = 4V$$

$$U_{13} = -E_2 + R_2 I_4$$

$$4 = -4 + 2I_4$$

$$2I_4 = 8$$

$$I_4 = 4A$$

נסמן ב I_A את הזרם דרך מד הזרם.
כותבים KCL בצומת 3 (צומת B)

$$I_A + I_4 = I$$

$$I_A = I - I_4 = 4 - 4 = 0$$

הוריית מד הזרם היא 0 אמפר.

ב.

נסמן ב U_I את המתח בין הדקי מקור הזרם.

$$U_{03} = V_0 - V_3 = 0 - (-10) = 10V$$

$$U_{03} = -R_1 I + U_I$$

$$10 = -3 \cdot 4 + U_I$$

$$U_I = 10 + 3 \cdot 4 = 22V$$

נסמן ב P_I את הספק מקור הזרם.

$$P_I = U_I \cdot I = 22 \cdot 4 = 88W$$

הספק מקור הזרם הוא חיובי, לכן הוא פועל כספק (מספק אנרגיה חשמלית).
בדיקת התוצאה (לא חובה, לא דרוש בתרגיל): יכולים לבדוק את התוצאה באמצעות מאזן ההספקים.
בשביל זה מחשבים את הזרמים דרך יתר הענפים

$$U_{12} = V_1 - V_2 = -6 - (-10) = 4V$$

$$I_2 = \frac{U_{12}}{R_3} = \frac{4}{1} = 4A$$

כותבים KCL בצומת 2 (צומת A):

$$I_2 = I_A + I_1$$

$$I_1 = I_2 - I_A = 4 - 0 = 4A$$

כותבים KCL בצומת 0:

$$I_1 + I = I_3$$

$$I_3 = 4 + 4 = 8A$$

$$\sum P_{\text{מקורות}} = U_I \cdot I - E_1 I_3 + E_2 I_4 + E_3 I_1 =$$

$$= 22 \cdot 4 - 6 \cdot 8 + 4 \cdot 4 + 10 \cdot 4 = 96W$$

$$\sum P_{\text{נגדים}} = R_1 I^2 + R_2 I_4^2 + R_3 I_2^2 =$$

$$= 3 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^2 + 1 \cdot 4^2 = 96W$$

$$\sum P_{\text{מקורות}} = \sum P_{\text{נגדים}}$$

המסקנה היא שהתוצאות נכונות.

ג.

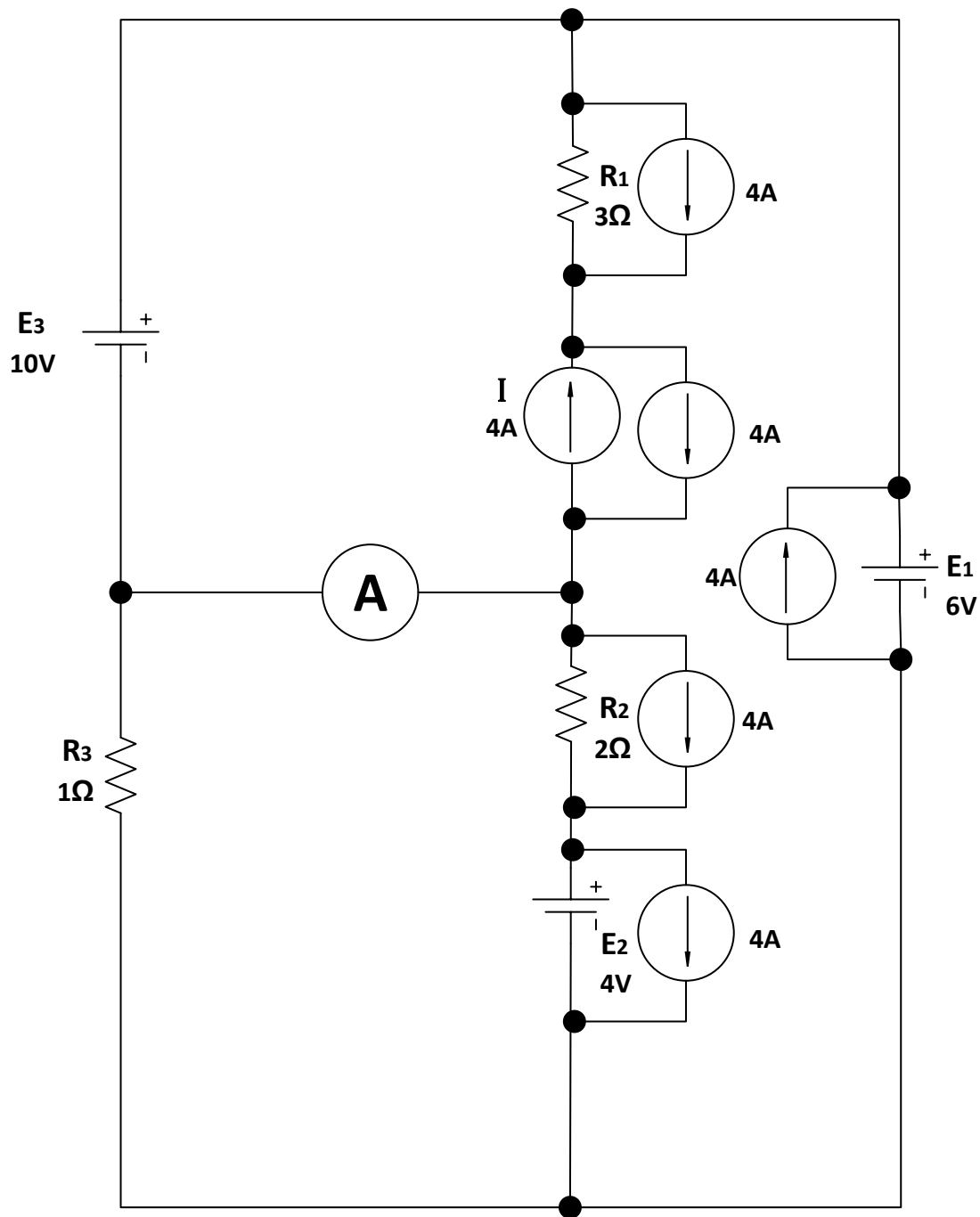
נסמן ב- W_I את האנרגיה שמתפתחת במקור הזרם.

$$W_I = P_I \cdot t = 88 \cdot 2 \cdot 60 = 10560J$$

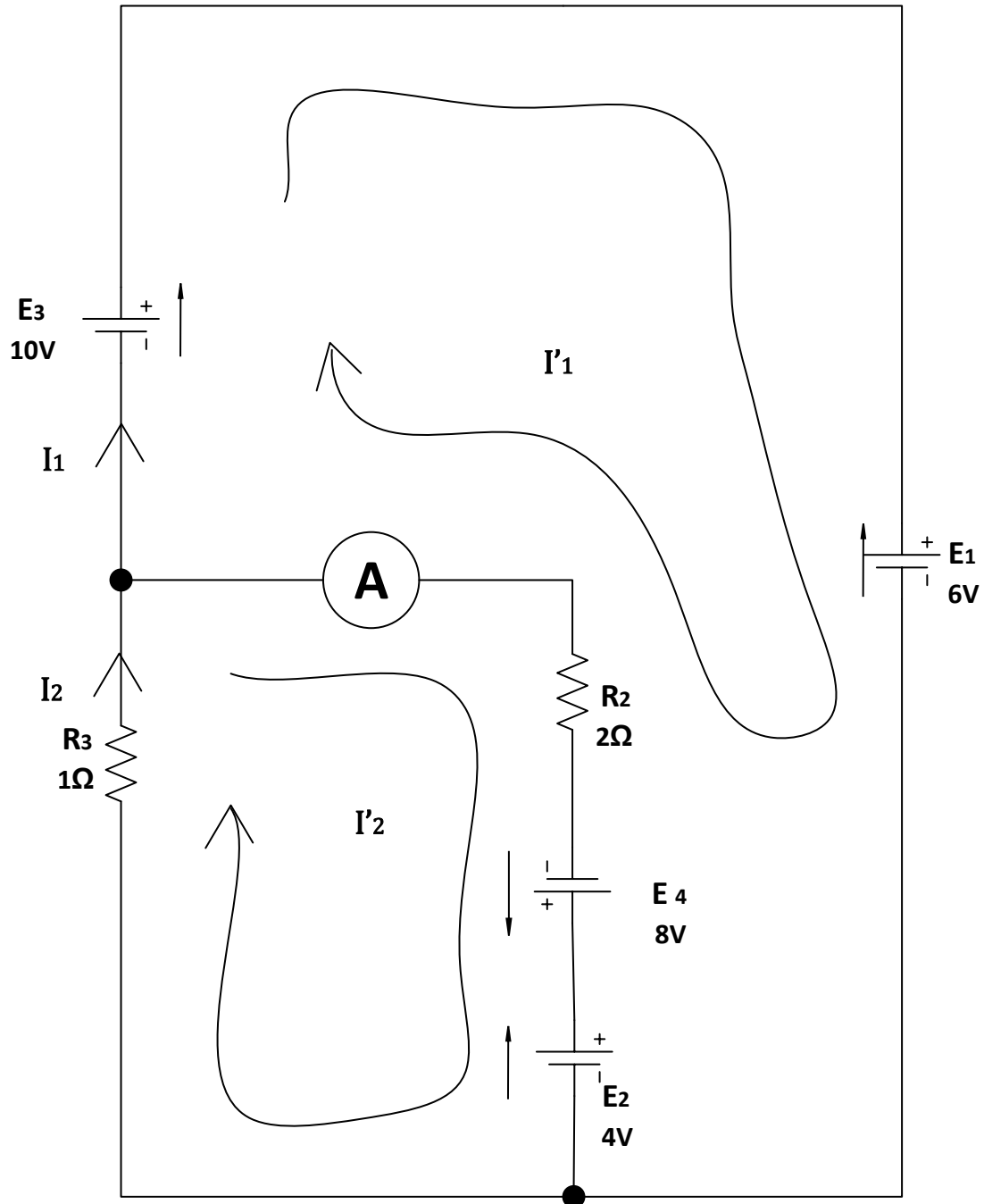
אפשרות 2

משתמשים בשיטת זרמי העניבות. מאחר שבאחד מהענפים נמצא מקור זרם אידיאלי, מאפסים אותו באמצעות שימוש במשפט ואשי

.א.



מאחר שמקורות הזרם המחוברים במקביל למקורות המתח האידיאליים לא משפיעים על הכא"מ של מקורות המתח האידיאליים, יכולים לבטל את מקורות הזרם האלה.
ממירים את מקורות הזרם המחוברים במקביל לנגדים למקורות מתח ממשיים.



$$\begin{aligned} R_{11}I'_1 - R_{12}I'_2 &= E'_1 \\ -R_{21}I'_1 + R_{22}I'_2 &= E'_2 \end{aligned}$$

$$R_{11} = R_2 = 2\Omega$$

$$R_{12} = R_2 = 2\Omega$$

$$R_{22} = R_2 + R_3 = 2 + 1 = 3\Omega$$

$$E'_1 = -E_1 + E_2 - E_4 + E_3 = -6 + 4 - 8 + 10 = 0$$

$$E'_2 = E_4 - E_2 = 8 - 4 = 4V$$

$$2I'_1 - 2I'_2 = 0$$

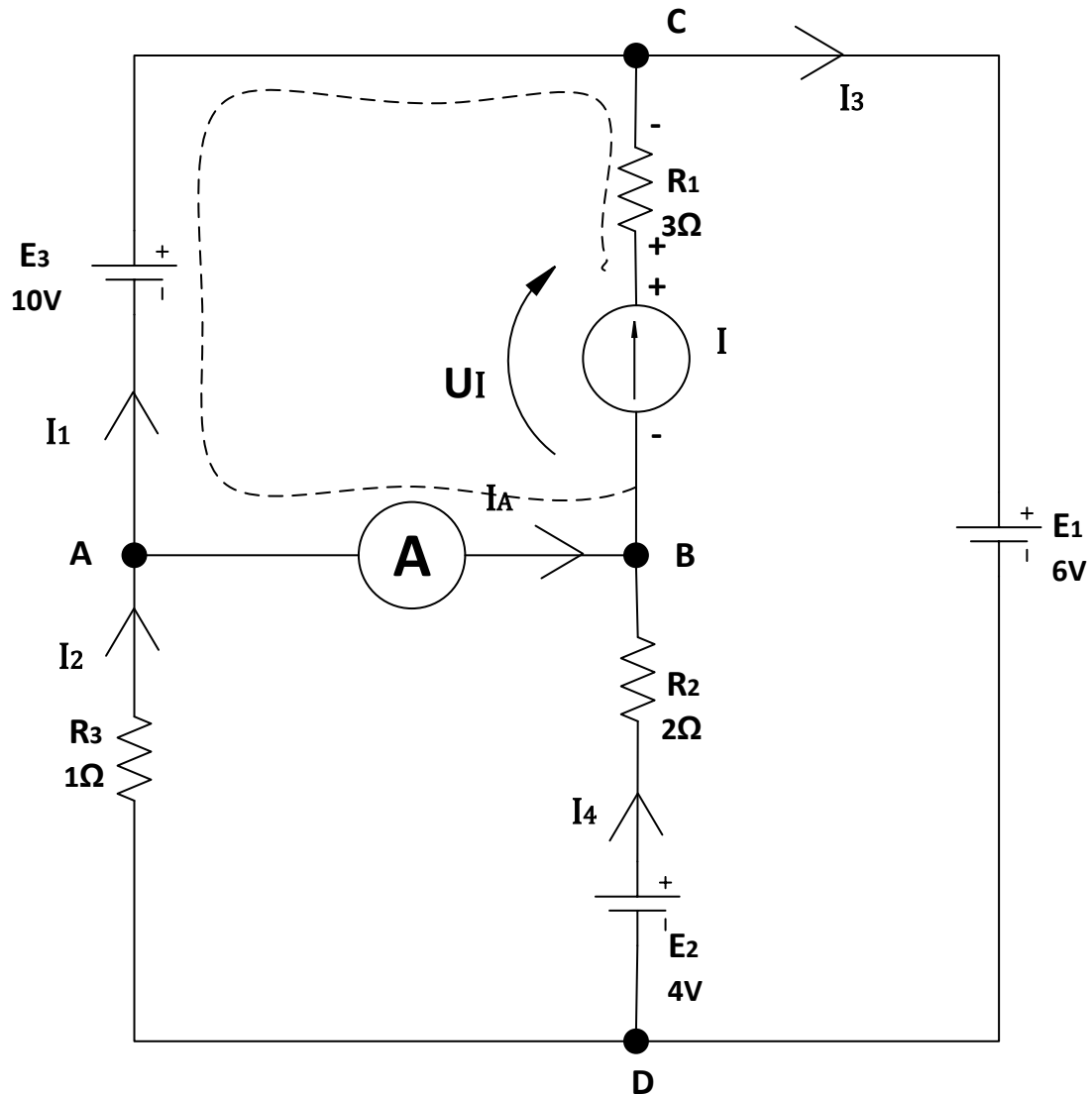
$$-2I'_1 + 3I'_2 = 4$$

$$I'_1 = 4A \quad I'_2 = 4A$$

$$I_1 = I'_1 = 4A$$

$$I_2 = I'_2 = 4A$$

בענפים בהם לא עשינו המרות, הזרמים במעגל המקורי זהים לזרמים שבמעגל המותמר. ביתר הענפים צריכים לחשב את הזרמים במעגל המקורי.



במעגל המקורי, הזרמים I_1 ו I_2 זהים לאלה מהמעגל המותמר.

$$I_1 = 4A$$

$$I_2 = 4A$$

כותבים KCL בצומת A, ומסמנים ב- I_A את הזרם דרך מד הזרם:

$$I_2 = I_A + I_1$$

$$I_A = I_2 - I_1 = 4 - 4 = 0A$$

ב.

נסמן ב U_I את המתח בין הדקי מקור הזרם. מחשבים את U_I כסיכום המתחים על הרכיבים הנמצאים במסלול המקווקו שבאיור.

$$U_I = R_1 I + E_3 = 3 \cdot 4 + 10 = 22V$$

נסמן ב P_I את הספק מקור הזרם.

$$P_I = U_I \cdot I = 22 \cdot 4 = 88W$$

הספק מקור הזרם הוא חיובי, לכן הוא פועל כספק (מספק אנרגיה חשמלית).
בדיקת התוצאה (לא חובה, לא דרוש בתרגיל): יכולים לבדוק את התוצאה באמצעות מאזן ההספקים.
בשביל זה מחשבים את הזרמים דרך יתר הענפים
כותבים KCL בצומת C:

$$I_3 = I_1 + I = 4 + 4 = 8A$$

כותבים KCL בצומת D:

$$I_3 = I_4 + I_2$$

$$I_4 = I_3 - I_2 = 8 - 4 = 4A$$

$$\sum P_{\text{מקורות}} = U_I \cdot I - E_1 I_3 + E_2 I_4 + E_3 I_1 =$$

$$= 22 \cdot 4 - 6 \cdot 8 + 4 \cdot 4 + 10 \cdot 4 = 96W$$

$$\sum P_{\text{נגדים}} = R_1 I^2 + R_2 I_4^2 + R_3 I_2^2 =$$

$$= 3 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^2 + 1 \cdot 4^2 = 96W$$

$$\sum P_{\text{מקורות}} = \sum P_{\text{נגדים}}$$

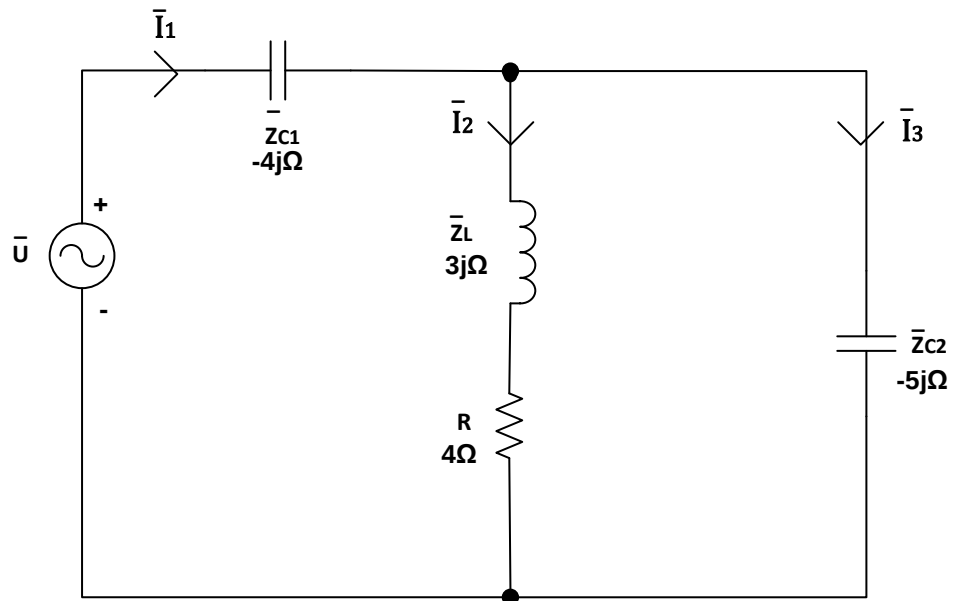
המסקנה היא שהתוצאות נכונות.

ג.

נסמן ב- W_I את האנרגיה שמתפתחת במקור הזרם.

$$W_I = P_I \cdot t = 88 \cdot 2 \cdot 60 = 10560J$$

שאלה מספר 3



א.

ידוע שההספק הפעיל מתפתח רק בנגדים. לכן ההספק הפעיל P במעגל שווה להספק הפעיל שבנגד R

$$P = P_R = 16W$$

$$P_R = R|\bar{I}_2|^2$$

$$|\bar{I}_2|^2 = \frac{P_R}{R}$$

$$|\bar{I}_2| = \sqrt{\frac{P_R}{R}} = \sqrt{\frac{16}{4}} = 2A$$

$$\bar{I}_2 = |\bar{I}_2| \angle 0^\circ = 2 \angle 0^\circ A$$

נסמן את $\bar{Z}_1$ ב $\bar{Z}_{c1}$:

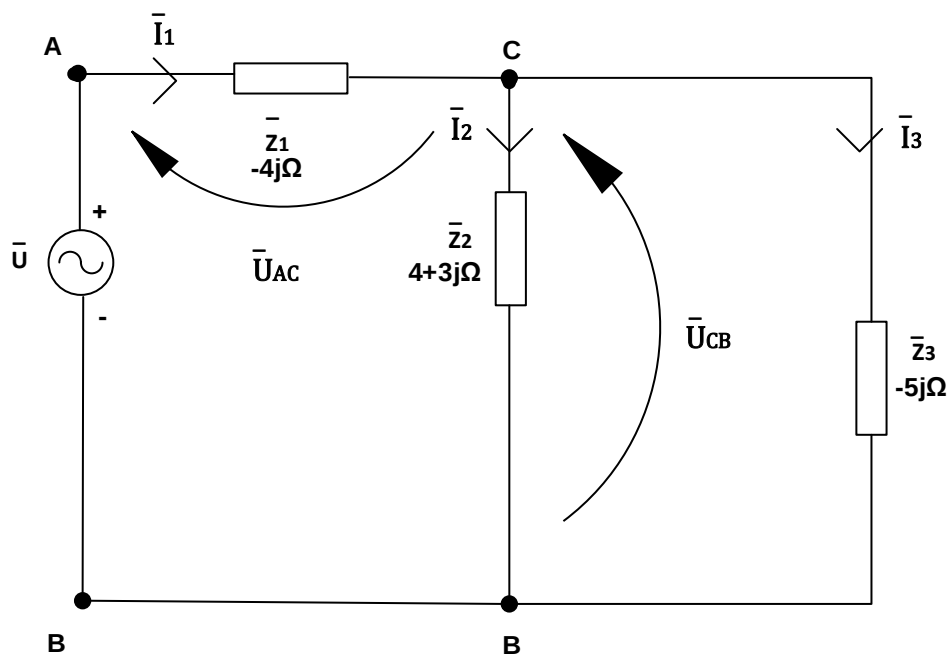
$$\bar{Z}_1 = \bar{Z}_{c1} = -4j\Omega$$

נסמן:

$$\bar{Z}_2 = R + \bar{Z}_L = 4 + 3j\Omega$$

נסמן:

$$\bar{Z}_3 = \bar{Z}_{c2} = -5j\Omega$$



$$\begin{aligned}\bar{U}_{CB} &= \bar{Z}_2 \cdot \bar{I}_2 = (4 + 3j) \cdot 2 \angle 0^\circ = 10 \angle 36.86^\circ V \\ \bar{I}_3 &= \frac{\bar{U}_{CB}}{\bar{Z}_3} = \frac{10 \angle 36.86^\circ}{-5j} = 2 \angle 126.86^\circ A \\ \bar{I}_1 &= \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = 2 \angle 0^\circ + 2 \angle 126.86^\circ = 1.789 \angle 63.43^\circ A \\ |\bar{I}_1| &= 1.789 A \\ \varphi_{I_1} &= 63.43^\circ\end{aligned}$$

ב.

$$\begin{aligned}\bar{U}_{AC} &= \bar{Z}_1 \cdot \bar{I}_1 = (-4j) \cdot 1.789 \angle 63.43^\circ = 7.156 \angle -26.57^\circ V \\ \bar{U} &= \bar{U}_{AB} = \bar{U}_{AC} + \bar{U}_{CB} = 7.156 \angle -26.57^\circ + 10 \angle 36.86^\circ = 14.67 \angle 11^\circ V \\ |\bar{U}| &= 14.67 V \\ \varphi_U &= 11^\circ\end{aligned}$$

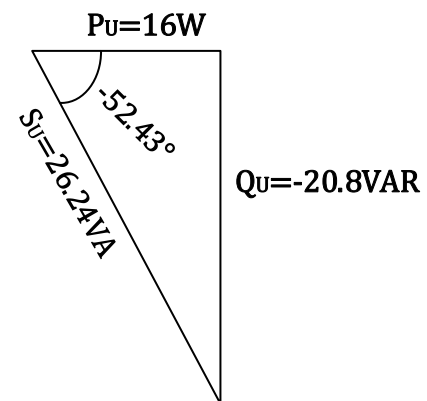
ג.

$$\begin{aligned}\bar{S}_U &= \bar{U} \cdot \bar{I}_1^* = 14.67 \angle 11^\circ \cdot 1.789 \angle -63.43^\circ = 26.24 \angle -52.43^\circ VA = \\ &= (16 - 20.8j) VA \\ P_U &= 16 W\end{aligned}$$

(כפי שציפינו לקבל, בהתאם לתנאים שבתחילת השאלה)

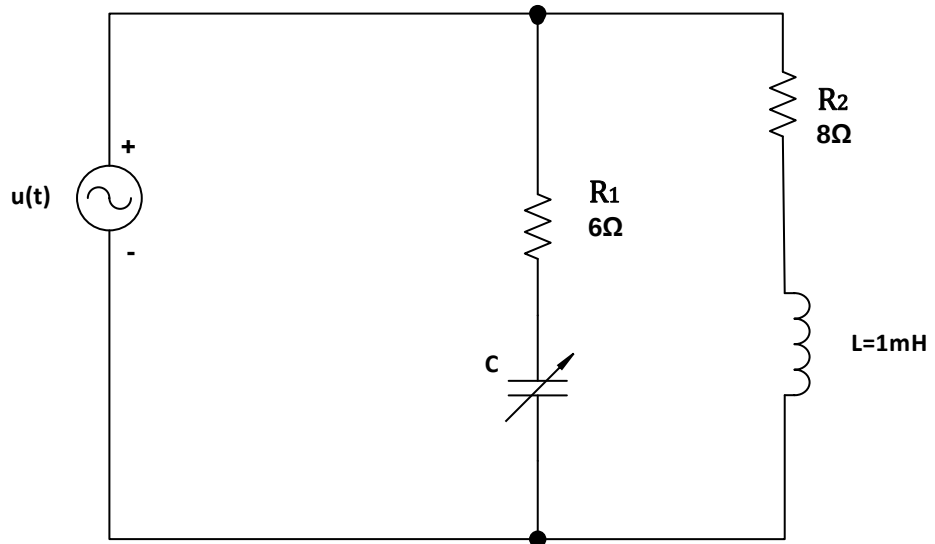
$$Q_U = -20.8 \text{ VAR}$$

$$S_U = 26.24 \text{ VA}$$



שאלה מספר 4

.א.



$$u(t) = 120\sqrt{2} \cdot \sin 8000t \text{ (V)}$$

היגב הסליל הוא:

$$X_L = \omega L = 8000 \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 8\Omega$$

התנאי לתהודה הוא:

$$\begin{aligned} \frac{X_C}{R_1^2 + X_C^2} &= \frac{X_L}{R_2^2 + X_L^2} \\ \frac{X_C}{6^2 + X_C^2} &= \frac{8}{8^2 + 8^2} \\ \frac{X_C}{36 + X_C^2} &= \frac{8}{2 \cdot 8^2} \\ \frac{X_C}{36 + X_C^2} &= \frac{1}{2 \cdot 8} \\ 36 + X_C^2 &= 16X_C \\ X_C^2 - 16X_C + 36 &= 0 \\ X_{C1} &= 13.29\Omega \\ X_{C2} &= 2.7\Omega \end{aligned}$$

$$X_{C_1} = \frac{1}{\omega C_1}$$

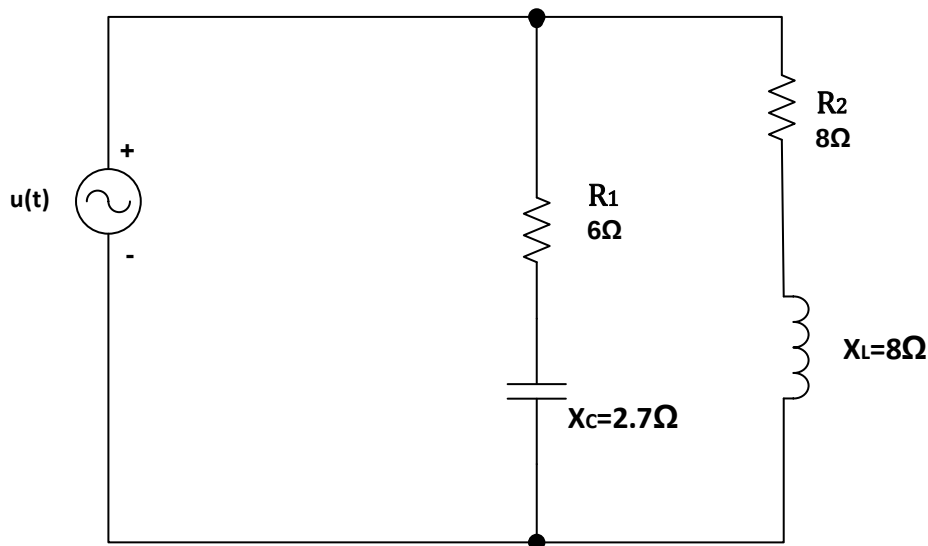
$$X_{C_1} \omega C_1 = 1$$

$$C_1 = \frac{1}{X_{C_1} \omega} = \frac{1}{13.29 \cdot 8000} = 9.4 \cdot 10^{-6} F = 9.4 \mu F$$

$$X_{C_2} = \frac{1}{\omega C_2}$$

$$C_2 = \frac{1}{X_{C_2} \omega} = \frac{1}{2.7 \cdot 8000} = 46.3 \cdot 10^{-6} F = 46.3 \mu F$$

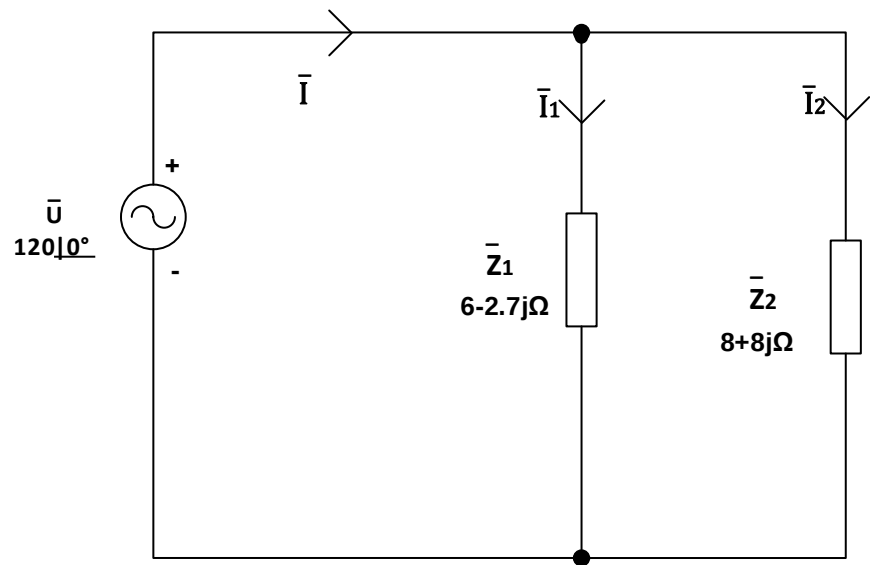
ב.



$$\bar{Z}_1 = R_1 - jX_C = 6 - 2.7j\Omega$$

$$\bar{Z}_2 = R_2 + jX_L = 8 + 8j\Omega$$

$$\bar{U} = 120 \angle 0^\circ V$$



$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{U}}{\bar{Z}_1} = \frac{120 \angle 0^\circ}{6 - 2.7j} = 18.23 \angle 24.22^\circ \text{ A}$$

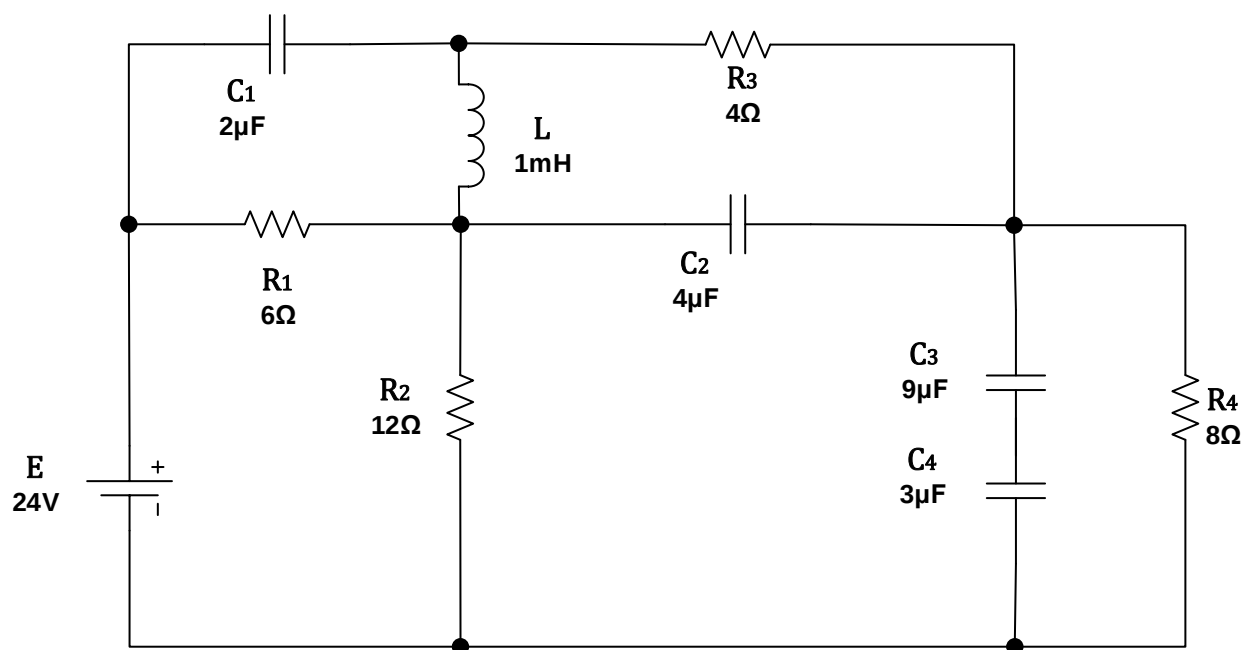
$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{U}}{\bar{Z}_2} = \frac{120 \angle 0^\circ}{8 + 8j} = 10.6 \angle -45^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 = 18.23 \angle 24.22^\circ + 10.6 \angle -45^\circ = 24.12 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$|\bar{I}| = 24.12 \text{ A}$$

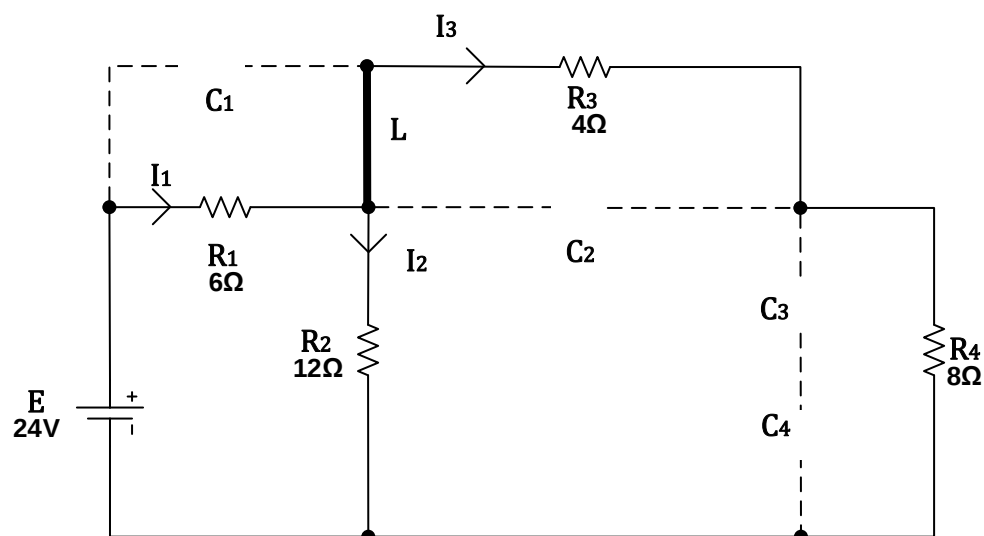
ניתן לראות שזווית המופע של הזרם הכולל שמסופק ע"י מקור המתח, שווה לזווית המופע של מתח המקור (זה התנאי הכללי לתהודה).

שאלה מספר 5



א.

במצב מתמיד (כאשר כל תופעות המעבר חלפו) הקבלים הופכים לנתק והסליל לקצר. באיור הבא משורטט המסלול שבו נסגר הזרם באופן קבוע (במצב מתמיד), בקו מקווקו החוטים המובילים לקבלים שהפכו לנתק, ובקו מודגש הסליל שהפך לקצר.



$$R_{3,4} = R_3 + R_4 = 4 + 8 = 12\Omega$$

$$R_{2,3,4} = R_2 || R_{3,4} = \frac{12}{2} = 6\Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + R_{2,3,4} = 6 + 6 = 12\Omega$$

הזרם שמסופק ע"י מקור המתח הוא:

$$I_1 = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{24}{12} = 2A$$

הזרם שזורם דרך הנגד R_2 הוא:

$$I_2 = I_1 \cdot \frac{R_{3,4}}{R_2 + R_{3,4}} = 2 \cdot \frac{12}{12 + 12} = 1A$$

הזרם שזורם דרך הנגדים R_4 ו R_3 שמחוברים בטור הוא:

$$I_3 = I_1 - I_2 = 2 - 1 = 1A$$

הקבל C_1 מחובר במקביל לנגד R_1

$$U_{C_1} = U_{R_1} = R_1 I_1 = 6 \cdot 2 = 12V$$

הקבל C_2 מחובר במקביל לנגד R_3

$$U_{C_2} = U_{R_3} = R_3 I_3 = 4 \cdot 1 = 4V$$

הענף שמורכב מהקבלים C_3 ו C_4 מחובר במקביל לנגד R_4

$$U_{C_3 C_4} = U_{R_4} = R_4 I_3 = 8 \cdot 1 = 8V$$

$$U_{C_3} = U_{R_4} \cdot \frac{C_4}{C_3 + C_4} = 8 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}}{9 \cdot 10^{-6} + 3 \cdot 10^{-6}} = 2V$$

$$U_{C_4} = U_{R_4} - U_{C_3} = 8 - 2 = 6V$$

ב.

עוצמת הזרם דרך הסליל L במצב מתמיד הוא:

$$I_L = I_3 = 1A$$

ג.

$$W_{C_1} = \frac{C_1 U_{C_1}^2}{2} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 12^2}{2} = 144 \cdot 10^{-6} J = 144 \mu J$$

$$W_{C_2} = \frac{C_2 U_{C_2}^2}{2} = \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 4^2}{2} = 32 \cdot 10^{-6} J = 32 \mu J$$

$$W_{C_3} = \frac{C_3 U_{C_3}^2}{2} = \frac{9 \cdot 10^{-6} \cdot 2^2}{2} = 18 \cdot 10^{-6} J = 18 \mu J$$

$$W_{C_4} = \frac{C_4 U_{C_4}^2}{2} = \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 6^2}{2} = 54 \cdot 10^{-6} J = 54 \mu J$$

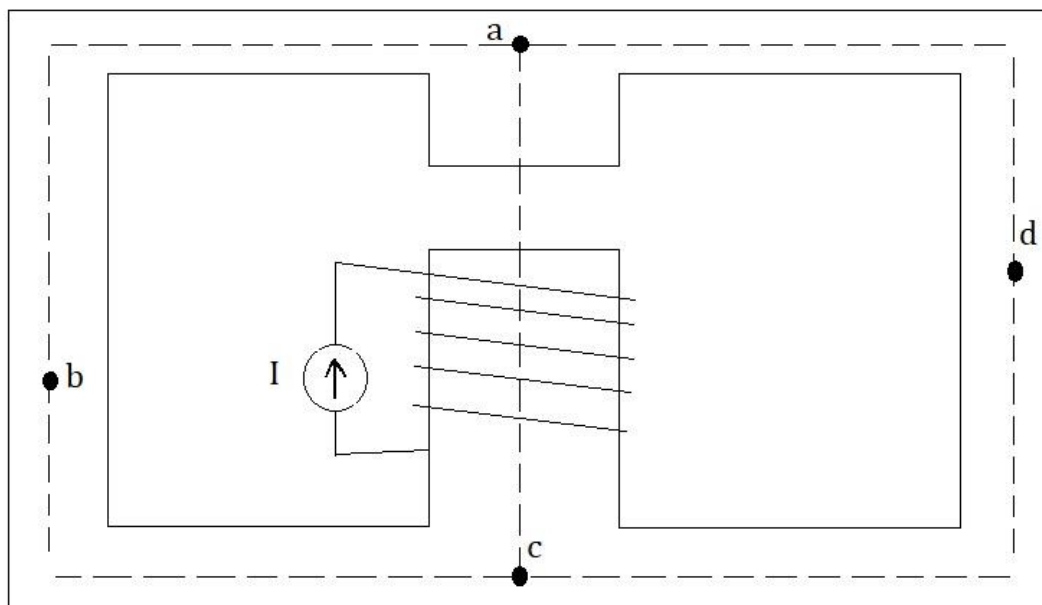
האנרגיה האגורה בסליל במצב מתמיד היא:

$$W_L = \frac{L I_L^2}{2} = \frac{1 \cdot 10^{-3} \cdot 1^2}{2} = 500 \cdot 10^{-6} J = 500 \mu J$$

האנרגיה האגורה במעגל במצב מתמיד היא:

$$W_T = W_{C_1} + W_{C_2} + W_{C_3} + W_{C_4} + W_L = 144 + 32 + 18 + 54 + 500 = 748 \mu J$$

שאלה מספר 6



א.

הנתונים של המעגל המגנטי הם:

$$\mu_r = 3000$$

$$l_{a-b-c} = l_{a-d-c} = 20\text{cm} = 20 \cdot 10^{-2}\text{m} = 0.2\text{m}$$

$$A_{a-b-c} = A_{a-d-c} = 20\text{cm}^2 = 20 \cdot 10^{-4}\text{m}^2$$

$$l_{a-c} = 6.1\text{cm} = 6.1 \cdot 10^{-2}\text{m}$$

$$A_{a-c} = 40\text{cm}^2 = 40 \cdot 10^{-4}\text{m}^2$$

$$l_0 = 0.1\text{cm} = 0.1 \cdot 10^{-2}\text{m}$$

$$N = 400$$

$$I = 2\text{A}$$

נסמן ב- R_{m_0} את מאון חריץ האוויר

$$R_{m_0} = \frac{l_0}{\mu_0 A_{a-c}} = \frac{0.1 \cdot 10^{-2}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 40 \cdot 10^{-4}} = 198943 \frac{1}{H}$$

נסמן ב- $R_{m_{a-c}}$ את מאון החומר הפרומגנטי שבעמוד המרכזי (מסליל a-c).

האורך הממוצע של החומר הפרומגנטי בעמוד המרכזי הוא

$$l_{a-c} - l_0 = 6.1 - 0.1 = 6cm = 6 \cdot 10^{-2}m = 0.06m$$

$$R_{m_{a-c}} = \frac{l_{a-c} - l_0}{\mu_r \mu_0 A_{a-c}} = \frac{0.06}{3000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 40 \cdot 10^{-4}} = 3978 \frac{1}{H}$$

נסמן ב- $R_{m_{a-b-c}}$ את המאון של המסלול a-b-c

$$R_{m_{a-b-c}} = \frac{l_{a-b-c}}{\mu_r \mu_0 A_{a-b-c}} = \frac{0.2}{3000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20 \cdot 10^{-4}} = 26525 \frac{1}{H}$$

נסמן ב- $R_{m_{a-d-c}}$ את המאון של המסלול a-d-c

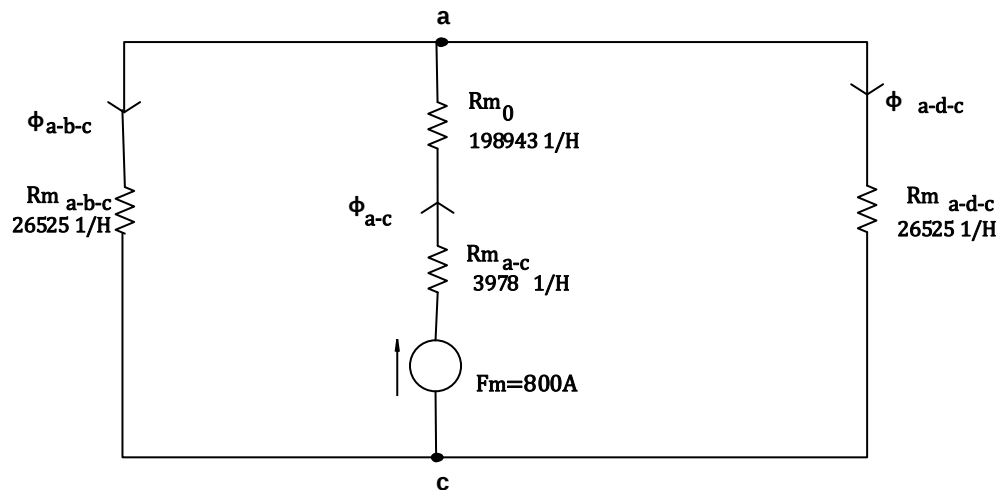
מאחר שהמידות של המסלול a-d-c זהות למידות של המסלול a-b-c, גם המאונים שלהם שווים

$$R_{m_{a-d-c}} = R_{m_{a-b-c}} = 26525 \frac{1}{H}$$

הכוח המגנטי מניע של הסליל הוא:

$$F_m = NI = 400 \cdot 2 = 800A$$

המעגל החשמלי שמייצג את המעגל המגנטי הוא:



ב.

אם משתמשים בכלל היד הימין, בהתאם למגמת הליפוף ולכיוון הזרם דרך הסליל, מקבלים את הכיוון של כ"מ, שקובע את כיוון השטף בעמוד המרכזי (מ-ל-א) – ראה איור. באיור מופיעים גם כיווני השטפים בעמודים a-b-c ו-a-d-c

$$R_{m_{a-b-c,a-d-c}} = R_{m_{a-b-c}} || R_{m_{a-d-c}} = \frac{26525}{2} = 13262 \frac{1}{H}$$

$$R_{m_{eq}} = R_{m_{a-c}} + R_{m_0} + R_{m_{a-b-c,a-d-c}} = 3978 + 198943 + 13262 = 216183 \frac{1}{H}$$

$$\phi_{a-c} = \frac{F_m}{R_{m_{eq}}} = \frac{800}{216183} = 3.7 \cdot 10^{-3} Wb = 3.7 mWb$$

מאחר ש- $R_{m_{a-d-c}} = R_{m_{a-b-c}}$, השטף של הענף המרכזי ϕ_{a-c} מתחלק באופן שווה בין שני העמודים הצדדיים.

$$\phi_{a-b-c} = \phi_{a-d-c} = \frac{\phi_{a-c}}{2} = \frac{3.7}{2} = 1.85 mWb$$

ג.

צפיפות השטף המגנטי בחריץ האוויר היא:

$$B_0 = \frac{\phi_{a-c}}{A_{a-c}} = \frac{3.7 \cdot 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-4}} = 0.925 \frac{Wb}{m^2}$$

עוצמת השדה המגנטי החריץ האוויר היא:

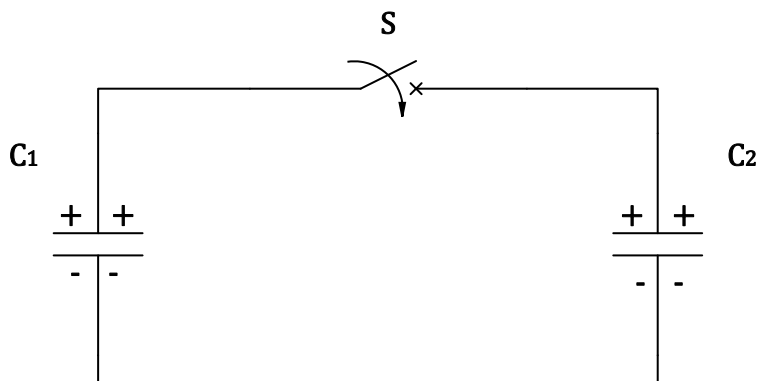
$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{0.925}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 736091 \frac{A}{m}$$

שאלה מספר 7

א.

$$\begin{aligned}C_1 &= 2\mu F \\C_2 &= 6\mu F \\Q_{C_1} &= 18\mu C \\Q_{C_2} &= 12\mu C\end{aligned}$$

במצב המתואר באיור א:



זמן רב לאחר סגירת המפסק S, לשני הקבלים יש אותו מתח U. נסמן ב- Q'_{C_1} את המטען שבקבל C_1 בסוף התהליך וב- Q'_{C_2} את המטען של הקבל C_2 בסוף התהליך.

$$Q'_{C_1} = C_1 U$$

$$Q'_{C_2} = C_2 U$$

בהתאם לחוק שימור המטענים, סכום המטענים בשני הקבלים לפני סגירת המפסק, שווה לסכום המטענים לאחר סגירת המפסק.

$$Q_{C_1} + Q_{C_2} = Q'_{C_1} + Q'_{C_2}$$

$$Q_{C_1} + Q_{C_2} = C_1 U + C_2 U$$

$$Q_{C_1} + Q_{C_2} = (C_1 + C_2) \cdot U$$

$$U = \frac{Q_{C_1} + Q_{C_2}}{C_1 + C_2} = \frac{18 \cdot 10^{-6} + 12 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-6} + 6 \cdot 10^{-6}} = 3.75V$$

המטענים בשני הקבלים בסוף התהליך הם:

$$Q'_{C_1} = C_1 U = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 3.75 = 7.5 \cdot 10^{-6} C = 7.5\mu C$$

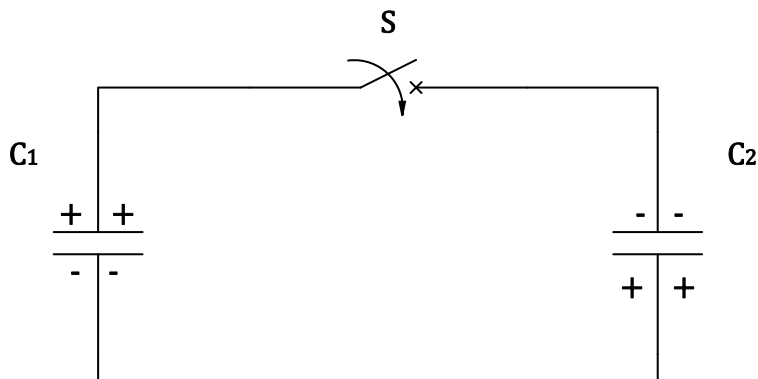
$$Q'_{C_2} = C_2 U = 6 \cdot 10^{-6} \cdot 3.75 = 22.5\mu C$$

בדיקה באמצעות חוק שימור המטענים (לא חובה, לא דרוש בשאלה):

$$Q_{C_1} + Q_{C_2} = 18 + 12 = 30\mu C$$

$$Q'_{C_1} + Q'_{C_2} = 7.5 + 22.5 = 30\mu C$$

במצב המתואר באיור ב'



נסמן שוב ב- U את המתח על פני שני הקבלים בסוף התהליך, וב- Q'_{C_1} ו- Q'_{C_2} את המטענים של שני הקבלים בסוף התהליך.

$$Q'_{C_1} = C_1 U$$

$$Q'_{C_2} = C_2 U$$

מאחר שהלוח החיובי של הקבל הראשון יחובר ללוח השלילי של הקבל השני, חוק שימור המטענים יהיה במצב הזה:

$$Q_{C_1} + (-Q_{C_2}) = Q'_{C_1} + Q'_{C_2}$$

$$Q_{C_1} + (-Q_{C_2}) = C_1 U + C_2 U$$

$$Q_{C_1} - Q_{C_2} = (C_1 + C_2) \cdot U$$

$$U = \frac{Q_{C_1} - Q_{C_2}}{C_1 + C_2} = \frac{18 \cdot 10^{-6} - 12 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-6} + 6 \cdot 10^{-6}} = 0.75V$$

המטענים בשני הקבלים בסוף התהליך הם:

$$Q'_{C_1} = C_1 U = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 0.75 = 1.5 \cdot 10^{-6} C = 1.5 \mu C$$

$$Q'_{C_2} = C_2 U = 6 \cdot 10^{-6} \cdot 0.75 = 4.5 \cdot 10^{-6} C = 4.5 \mu C$$

בדיקה באמצעות חוק שימור המטענים (לא חובה, לא דרוש בשאלה):

$$Q_{C_1} + (-Q_{C_2}) = 18 + (-12) = 6 \mu C$$

$$Q'_{C_1} + Q'_{C_2} = 1.5 + 4.5 = 6 \mu C$$

ב.

האנרגיה האגורה בקבלים במצב א' זמן רב לאחר סגירת המתג:

$$W_{C_1} = \frac{C_1 U^2}{2} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 3.75^2}{2} = 14.06 \mu J$$

$$W_{C_2} = \frac{C_2 U^2}{2} = \frac{6 \cdot 10^{-6} \cdot 3.75^2}{2} = 42.18 \mu J$$

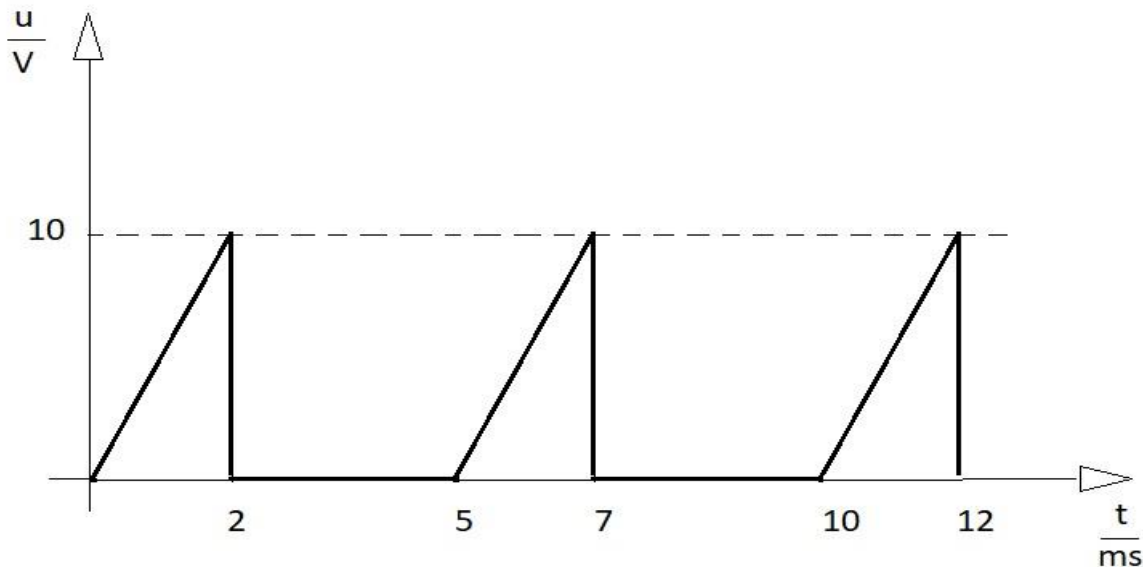
האנרגיה האגורה בקבלים במצב ב' זמן רב לאחר סגירת המתג:

$$W_{C_1} = \frac{C_1 U^2}{2} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 0.75^2}{2} = 0.5625 \mu J$$

$$W_{C_2} = \frac{C_2 U^2}{2} = \frac{6 \cdot 10^{-6} \cdot 0.75^2}{2} = 1.6875 \mu J$$

שאלה מספר 8

א.



$$T = 5ms = 5 \cdot 10^{-3}s$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} = 200Hz$$

ב.

הערך הממוצע של המתח הנתון:

$$U_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt$$

בתחום $0 < t < 2ms$ המתח הוא קו ישר העובר דרך ראשית הצירים:

$$u(t) = at$$

כאשר a הוא שיפוע הקו:

$$a = \frac{10V}{2 \cdot 10^{-3}s} = 5000 \frac{V}{s}$$

$$U_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt = \frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} \left[\int_0^{2 \cdot 10^{-3}} 5000t dt + \int_{2 \cdot 10^{-3}}^{5 \cdot 10^{-3}} 0 \cdot dt \right] =$$

$$= \frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} \cdot \int_0^{2 \cdot 10^{-3}} 5000t \, dt = 2V$$

$$I_{av} = \frac{U_{av}}{R} = \frac{2}{5} = 0.4A$$

ג.

$$U_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) \, dt} = \sqrt{\frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} \left[\int_0^{2 \cdot 10^{-3}} (5000t)^2 \, dt + \int_{2 \cdot 10^{-3}}^{5 \cdot 10^{-3}} 0 \cdot dt \right]} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} \cdot \int_0^{2 \cdot 10^{-3}} (5000t)^2 \, dt} = 3.65V$$

$$I_{RMS} = \frac{U_{RMS}}{R} = \frac{3.65}{5} = 0.73A$$

ד.

$$P = \frac{U_{RMS}^2}{R} = \frac{3.65^2}{5} = 2.66W$$